|  |  |
| --- | --- |
| МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИКРАСНОДАРСКОГО КРАЯ**Государственное бюджетное образовательное учреждение дополнительного образования детей «Центрдополнительного** **образования для детей»**350000 г. Краснодар, ул. Красная, 76тел.259-84-01 E-mail:cdodd@mail.ru | **Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике*****2013-2014 учебный год******9 класс, задания***Председатель ПМК: Бирюк А. Э. кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теории функций КубГУтел. 8-928-206-29-32 |

**1.**Верно ли, что для каждого натурального числа $n$
число $p\left(n\right)=n^{2}+n+41 $ является простым? Обоснуйте свой ответ.

**2.** Каких шестизначных чисел больше: представимых в виде произведения двух трехзначных или остальных?Обоснуйте свой ответ.

**3. Три агронома, работая вместе, вскопают грядку за 9 минут. Грядка также будет вскопана, если первый проработает 5 минут, затем второй 15 минут, апотом третий 13 минут. Сколько минут должен проработать второй агроном, чтобы оставить третьему ровно 11 минут на завершение вскапывания, если до него первый проработал ровно 7 минут? Предполагается, что каждый агроном работает со своей положительной производительностью, которая не меняется со временем.**

**4.**В треугольникеABC биссектриса внешнего угла при вершине B пересекает прямуюACв точке М. Докажите, что MC:MA=BC:BA.

**5.**Пусть $x$ и $y$ —положительные действительные числа. Докажите, что:

$\sqrt{\frac{x^{2}}{y}}+\sqrt{\frac{y^{2}}{x}}\geq \sqrt{x}+\sqrt{y}$.

|  |  |
| --- | --- |
| МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИКРАСНОДАРСКОГО КРАЯ**Государственное бюджетное образовательное учреждение дополнительного образования детей «Центрдополнительного** **образования для детей»**350000 г. Краснодар, ул. Красная, 76тел.259-84-01 E-mail:cdodd@mail.ru | **Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике*****2013-2014 учебный год******10 класс, задания***Председатель ПМК: Бирюк А. Э. кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теории функций КубГУтел. 8-928-206-29-32 |

**1.**Карлсон задумал трехзначное число и выписал его на длинной стене 2013 раз подряд без пробелов, получив многозначное число. Могло ли оно делиться на 2013?Обоснуйте свой ответ.

**2.Сколько раз в сутки часовая и минутная стрелка часов взаимно перпендикулярны?**Обоснуйте свой ответ.

**3.** Набор чисел*a*1, *a*2,..., *a*2013 представляет собой переставленные в некотором порядке числа 1, 2,..., 2013. Каждое число *ak* умножается на его номер *k*, а затем среди полученных 2013 таких произведений выбирается наибольшее. Докажите, что оно не меньше чем 10072.

**4.**Пусть действительные числа $a$и$b$различны. Докажите, что уравнение

$$x^{4}+2\left(a+b\right)x^{3}+\left(a^{2}+4ab+b^{2}\right)x^{2}+2\left(a^{3}+b^{3}\right)x+a^{2}b^{2}=0$$

имеет ровно два различных действительных корня.

**5.** В остроугольном треугольнике ABCвысоты BB1 и СС1пересекаются в точке H. Известно, что CH:HC1=1:3, а BH:HB1=4:1. Найдите величину угла Aтреугольника ABC.

|  |  |
| --- | --- |
| МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИКРАСНОДАРСКОГО КРАЯ**Государственное бюджетное образовательное учреждение дополнительного образования детей «Центрдополнительного** **образования для детей»**350000 г. Краснодар, ул. Красная, 76тел.259-84-01 E-mail:cdodd@mail.ru | **Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике*****2013-2014 учебный год******11 класс, задания***Председатель ПМК: Бирюк А. Э. кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теории функций КубГУтел. 8-928-206-29-32 |

**1.**Решите уравнение:

$sin^{2013}x+cos^{2013}x=1$.

**2.** В остроугольном треугольнике ABC высоты AA1, BB1 и CC1 продлили до пересечения с описанной окружностью в точках A2, B2 и С2 соответственно. Докажите, что точки А1, B1 и C1 лежат на биссектрисах треугольника A2B2C2.

**3.** Карлсон задумал двузначное натуральное число, выписал его на длинной стене 2013 раз подряд без пробелов, получив многозначное число. Могло ли оно делиться на 2013?Обоснуйте свой ответ.

**4.**Докажите, что для всех действительных чисел$x$ и $y$выполняется неравенство:

$$x^{2}+xy+y^{2}\geq 6\left(x+y-2\right).$$

**5.** По реке, через которую перекинут один мост, движутся плот, лодка и катер. Известно, что когда лодка находилась под мостом, то плот и катер были по разные стороны моста и равноудалены от него. Когда плот был под мостом, то катер и лодка были равноудалены от моста, находясь по разные от него стороны. Докажите, что в момент, когда катер был под мостом, плот и лодка равноудалены от моста. Считать, что скорость реки, плота, лодки и катера постоянны.