Министерство образования, науки и молодёжной политики

Краснодарского края

Государственное бюджетное учреждение

дополнительного образования

Краснодарского края «Центр развития одарённости»

**Ответы к домашнему заданию по математике для учащихся   
8 класса заочных курсов «Юниор»  
очно-заочного обучения (с применением дистанционных образовательных технологий и электронного обучения)**

Составитель:

Кузнецов Егор Александрович,

преподаватель кафедры

информационных образовательных технологий

Кубанского государственного университета

Краснодар

2020

Уравнения в целых числах. ОТВЕТЫ

1. Найдите все целые решения уравнения 3*x* – 12*y* = 7.

Это уравнение не имеет целых решений. Левая часть делится на 3, в то время как правая часть не делится на 3.

2. Решите уравнение 1990*x* – 173*y* = 11.

Числа, участвующие в формулировке, так велики, что подбором здесь конкретного решения не найти. Однако нам поможет то, что числа 1990 и 173 взаимно просты.

Их НОД, равный 1, можно представить в виде 1990*m* – 173*n*, где *m* и *n* – некоторые целые числа.

Конкретно, в данном случае, используя алгоритм Евклида, можно получить *m* = 2, *n* = 23. Мы получаем конкретное решение вспомогательного уравнения 1990*m* – 173*n* = 1: пару (2, 23). Следовательно, *x*0 = 22, *y*0 = 253 – решение уравнения 1990*x* – 173*y* = 11. Дальше получаем, что

http://zaba.ru/images/img2763.gif

*k* – любое целое число.

3. Найдите все целые решения уравнения 21*x* + 48*y* = 6.

Решение:

*x* = 16*k* – 2, *y* = – 7*k* + 1; *k* – любое целое число.

4. Решите уравнение 2*x* + 3*y* + 5*z* = 11 в целых числах.

Решение:

*x* = 5*p* + 3*q* – 11, *y* = 11 – 5*p* – 2*q*, *z* = *p*; *p*, *q* – любые целые числа.

5. Фишка стоит на одном из полей бесконечной в обе стороны клетчатой полоски бумаги. Она может сдвигаться на *m* полей вправо или на *n* полей влево. При каких *m* и *n* она сможет переместиться в соседнюю справа клетку? За какое наименьшее число ходов она сможет это сделать?

При взаимно простых *m* и *n*.

6. Решите уравнение в целых числах (2x + y)(5x + 3y) = 7.

Ответ: ( – 4,9), (14, – 21), (4, – 9), ( – 14,21).

7. Докажите, что уравнение  3*x*² + 2 = *y*²  нельзя решить в целых числах.

Квадрат не может давать остаток 2 при делении на 3.

8. Решите в натуральных числах уравнение:  
  а)  *x*² – *y*² = 31;  
  б)  *x*² – *y*² = 303.

*x*² – *y*² = (*x – y*)(*x + y*).

  а) Так как произведение равно простому числу 31, то больший множитель равен 31, а меньший – 1. Итак,  *x – y* = 1,  *x + y* = 31 , откуда  *x* = 16,  *y* = 15.

  б)  303 = 1·303 = 3·101.  Имеем два случая.   
     1)  *x* – *y* = 1,  *x + y* = 303,  откуда  *x* = 152,  *y* = 151.   
     2)  *x – y* = 3,  *x + y* = 101,  откуда  *x* = 52,  *y* = 49.

**Ответ:** а)  (16, 15);   б)  (152, 151),  (52, 49).

9.Доказать, что число 2 + 4 + 6 + ... + 2n не может быть a) квадратом; б) кубом целого числа.

а)  2 + 4 + 6 + ... + 2*n* = *n*(*n* + 1).  Так как числа *n* и  *n* + 1  взаимно просты, то оба они – квадраты. Но соседние натуральные числа квадратами быть не могут.

б) Аналогично а).

10. Решить в целых числах уравнение  *x*² = 14 + *y*².

(*x – y*)(*x + y*) = *x*² – *y*² = 14.  Числа  *x – y*  и  *x + y*  одной чётности, поэтому их произведение либо нечётно, либо кратно 4. Противоречие.

**Ответ:** Решений нет.

11.Решить в целых числах:  2*x* + 5*y = xy* – 1.

Запишем уравнение в виде  (*x* – 5)(*y* – 2) = 11.  11 раскладывается в произведение двух целых множителей четырьмя способами, откуда и получаем четыре решения.

**Ответ:** (6, 13),  (16, 3),  (4, –9),  (–6, 1).