

Министерство образования, науки и молодёжной политики
Краснодарского края
Государственное бюджетное учреждение
дополнительного образования
Краснодарского края «Центр развития одарённости»

**Ответы к контрольной работе № 4 по математике для учащихся
5 класса очно-заочного обучения (с применением дистанционных
образовательных технологий и электронного обучения)
(заочные курсы «Юниор»)**

Составитель:
Невечера Артём Павлович,
преподаватель кафедры
ФГБОУ ВО «КубГУ»

Краснодар
2020

ОТВЕТЫ

Общие критерии оценивания

Всего 5 заданий. Каждое задание оценивается от 0 до 7 баллов в соответствии со следующими критериями:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
0	Решение неверное, продвижение отсутствует. Решение отсутствует.
0–1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
2–3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие при решении задачи.
3–4	Решение содержит существенные ошибки и пробелы в обоснованиях. После незначительных корректировок и соответствующих дополнений может стать полностью правильным.
5–6	Решение содержит незначительные ошибки или пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений и дополнений.
6–7	Верное решение. Имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.
7	Полное верное решение.

Максимальную оценку за работу – 35 баллов – участник получает при полном и корректном выполнении всех заданий.

Задание 1.

Решение.

Две извлечённые монеты могут оказаться разного номинала.

Так как различных номиналов всего два, то среди трёх извлечённых монет хотя бы две окажутся одного номинала (принцип Дирихле).

Ответ: 3.

Критерии оценивания.

Правильный ответ – 7 баллов.

Задание 2.

Решение.

Заметим, что $OH = \text{ост}_{100}(OH^2)$. Это возможно только в том случае если $OH = 01$ или $OH = 25$, или $OH = 76$. Теперь заметим, что $1 \leq C \leq 3$. Перебирая все варианты получаем: $C = 3, O = 0, H = 1, \Gamma = 9, M = 6; 301 \cdot 301 = 90601$.

Ответ: $C = 3, O = 0, H = 1, \Gamma = 9, M = 6$.

Критерии оценивания.

Показано, что все числа заканчиваются либо на 01, либо на 25, либо на 76; дальнейшие продвижения отсутствуют – 3 балла.

При решении не учтено, что разные буквы не могут расшифровываться как одна и та же цифра – 4 балла.

Правильный ответ – 7 баллов.

Задание 3.

Решение.

A не может быть правдолюбом, в противном случае его высказывание о том, что он обычный житель, вызывает противоречие.

Предположим, что A обычный житель. Тогда B – правдолюб. B может быть только лжецом. Но тогда его высказывание ложно, следовательно, B – обычный житель. Получаем противоречие.

Предположим, что A – лжец, тогда высказывание B ложно, следовательно, B может оказаться только обычным жителем. B – правдолюб.

Ответ: A – лжец, B – обычный житель, B – правдолюб.

Критерии оценивания.

Правильный ответ без пояснений – 2 балла.

Правильный ответ с пояснениями – 7 баллов.

Задание 4.

Решение.

Для того, чтобы гарантировать себе победу, Кате достаточно убрать первым ходом одну фишку, оставив на поле 99 фишек. Пусть своим очередным ходом Максим убирает k фишек ($k = 1$ или $k = 2$), тогда Катя убирает $3 - k$ фишек. Если Катя продолжит эту стратегию до конца игры, то после её n -о хода на поле будет ровно $99 - 3(n - 1)$ фишек. Следовательно, после 34-го хода Кати число фишек на поле станет равным нулю.

Ответ: Катя.

Критерии оценивания.

Правильный ответ без пояснений – 0 баллов.

Решение содержит утверждение о том, что победит тот игрок после хода которого на столе останется кратное 3-м число фишек – 3 балла.

Предложена корректная стратегия за победителя – 7 баллов.

Задание 5.

Решение.

Диане достаточно угадать меньшее из чисел, загаданных Олегом. Пусть k – такое число, тогда второе число равняется $33 - k$. Заметим, что $k \leq 16$.

Будем называть *предложением* четыре слова (каждое из которых либо «Да», либо «Нет»), сказанные Олегом, после того как Диана задала все свои вопросы. Рассмотрим, сколько всего различных предложений мог сказать Олег в этом случае и пронумеруем каждое из них (таблица 1).

Таблица 1. Перечень возможных предложений.

№	Предложения			
	1	2	3	4
1	Да	Да	Да	Да
2	Да	Да	Да	Нет
3	Да	Да	Нет	Да
4	Да	Да	Нет	Нет
5	Да	Нет	Да	Да
6	Да	Нет	Да	Нет
7	Да	Нет	Нет	Да
8	Да	Нет	Нет	Нет
9	Нет	Да	Да	Да
10	Нет	Да	Да	Нет
11	Нет	Да	Нет	Да
12	Нет	Да	Нет	Нет
13	Нет	Нет	Да	Да
14	Нет	Нет	Да	Нет
15	Нет	Нет	Нет	Да
16	Нет	Нет	Нет	Нет

Всего 16 возможных предложений. Как раз одно из 16 чисел (натуральное число от 1 до 16) нужно узнать Диане. Заметим, что в таблице все натуральные числа до 16 включительно (1-й столбец) уже сопоставлены с каждым предложением. Сформируем на основе этого сопоставления все четыре вопроса, которые должна задать Диана.

Число 1 сопоставлено с предложением «Да Да Да Да», следовательно, Диана должна спросить про единицу в каждом из своих вопросов. Число 2 сопоставлено с предложением «Да Да Да Нет», тогда Диана спрашивает про двойку только в первых трёх своих вопросах. Продолжив рассуждение, получаем перечень упоминаемых в каждом вопросе Диане чисел:

I вопрос: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8;

II вопрос: 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12;

III вопрос: 1, 2, 5, 6, 9, 10, 13, 14;

IV вопрос: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.

Тогда после того как Олег озвучит предложение, Диана сможет установить меньшее из загаданных им чисел.

Ответ: сможет.

Критерии оценивания.

Правильный ответ без пояснений – 0 баллов.

Предложенный алгоритм нахождения чисел не работает в частных случаях – 5 баллов.

Предложены вопросы, позволяющие Диане узнать у Олега одно из чисел – 7 баллов.

Примечания к критерия оценивания заданий 1 – 5.

В зависимости от наличия / отсутствия каких-либо неучтённых в критериях продвижений при решении задачи, решение может быть оценено большим или меньшим количеством баллов.