Министерство образования, науки и молодёжной политики

Краснодарского края

Государственное бюджетное учреждение

дополнительного образования

Краснодарского края «Центр развития одарённости»

**Методические рекомендации к выполнению контрольной работы № 3
по математике для учащихся 5 класса заочных курсов «Юниор» очно-заочного обучения (с применением дистанционного образовательных технологий и электронного обучения)**

Составитель:

Невечеря Артём Павлович,

преподаватель ФГБОУ ВО «КубГУ»

Краснодар

2020

**Аннотация.**

**Цель и задачи программы** **–** первоочередной целью данной программы является развитие математического образа мышления у учащихся. Достижение данной цели обеспечивается через формирование знаний и навыков решения нестандартных математических задач, а также углубление школьных знаний по математике. Также данная программа способствует становлению и укреплению познавательных интересов учащихся.

В ходе достижения цели данной программы предполагается решение следующих **задач**:

- образовательные (предметные) задачи: формирование у учащихся целостного представления о нестандартных методах решения различных математических задач; формирования устойчивого интереса к математике; развитие умения формализовывать решаемые математические задачи; способствование пониманию значимости математики для современного общества; развитие логического мышления у обучающихся.

- личностные задачи: развитие воображения, образного мышления, пространственных представлений у учащихся; развитие мыслительной деятельности и творческого подхода в поиске способов решения математических задач; формирование умения корректной самооценка способностей у учащихся; развитие способности к поиску нужной информацию из различных источников; развитие способности к самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

- метапредметные задачи: развитие у учащихся интереса к процессу познания, желания преодолевать трудности; развитие интеллектуальной культуры личности; развитие умения обдумывать, планировать свои действия; понимать поставленную задачу и решать её в соответствии с заданными правилами; осуществлять контроль, самоконтроль и самооценку; проявлять волевые усилия при решении нестандартных задач; проводить доказательные рассуждения, логически обосновывать выводы.

**Пояснительная записка.**

**Направленность:** данная дополнительная общеобразовательнаяпрограмма имеет естественнонаучную направленность с уклоном в физико-математический профиль;

**Актуальность** данной дополнительной образовательной программы состоит в том, что она развивает в у учащихся творческие способности, способствует мотивации к углублённому изучению методов решения нестандартных математических задач, и при этом поддерживает изучение основного курса, направлена на систематизацию, расширение и повторение знаний учащихся. Вопросы, рассматриваемые в программе, примыкают к основному курсу математики в школе. Поэтому данная программа будет способствовать совершенствованию и развитию математических знаний и умений учащихся.

**Новизна** состоит в том, что данная программа достаточно универсальна, имеет большую практическую значимость. Она доступна обучающимся. Начинать изучение программы можно с любой темы. Предлагаемая программа рассчитана на обучающихся, которые стремятся не только развивать свои навыки в применении математических преобразований, но и рассматривают математику как средство получения дополнительных знаний, необходимых для успешного выступления на олимпиадах по математике.

Основная часть

Лекционные материалы

1. Математические ребусы.

В задачах данного типа приводится некоторая зашифрованная запись арифметического вычисления. Решением является полное восстановление такой записи.

Запись может быть зашифрована полностью (все цифры заменены буквами или другими символами) либо частично (часть цифр «стёрта» – заменена на точки либо другие символы).

Рассмотрим пример.

Найдите хотя бы одно решение для математического ребуса:

ДО + РЕ + МИ = ФА.

Из записи следует, что сумма трёх двухзначных чисел должна равняться некоторому другому двухзначному числу. Причём все цифры, участвующие в записи этих четырёх двухзначных чисел, различны. Перебором получаем одно из возможных решений: 12 + 34 + 50 = 96. То есть, Д = 1, О = 2, Р = 3, Е = 4, М = 5, И = 0, Ф = 9, А = 6.

Если в задаче не сказано, что достаточно найти одно решение, то поиск решений продолжается до тех пор, пока ни будут получены все возможные ответы.

Для ускорения перебора в некоторых ситуациях необходимо использовать дополнительные логические рассуждения.

Рассмотрим ещё один пример: ДОСКА + ДОСКА + ДОСКА = ЛОДКА.

Видно, что остаток при делении на 100 выражения КА + КА + КА должен равняться КА. Это возможно лишь в том случае, если КА = 50 (К = 5, А =0). Для буквы О возможны следующие варианты:

1) Остаток при делении на 10 выражения О + О + О равняется О;

2) Остаток при делении на 10 выражения О + О + О + 1 равняется О;

3) Остаток при делении на 10 выражения О + О + О + 2 равняется О.

В первом случае О равняется либо 0, либо 5, но этого не может быть, так как этим цифрам равны буквы К и А.

Во втором случае решений нет (разная чётность у О и 3О + 1).

В третьем случае решения – числа 4 и 9.

Продолжая рассуждения получаем: С = 7, О = 9, Д = 2, Л = 8. Таким образом, исходная запись была полностью расшифрована.

1. Цифры, натуральные и целые числа.

Натуральные числа – числа, возникающие естественным образом при счёте (как в смысле перечисления, так и в смысле исчисления).

Целые числа – расширение множества натуральных чисел, получаемое добавлением к нему нуля и отрицательных чисел.

Цифры – система знаков для записи конкретных значений чисел. В десятичной системе счисления всего 10 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

1. Чётность.

Доказательства типичных задач (для младших классов) на свойства чётности, сводятся к следующим трём утверждениям:

а) Сумма чётного числа всех чётных или всех нечётных слагаемых – чётна;

б) Сумма нечётного числа всех чётных слагаемых – чётна;

в) Сумма нечётного числа всех нечётных слагаемых – нечётна.

1. Закономерности в рядах чисел.

Задачи на поиск закономерности в последовательности чисел, связаны с поиском повторений или формализуемых изменений.

1) *Последовательность с повторениями* в частном случае может выглядеть таким образом:

1, 32, 4, 1, 32, 4, 1, 32, 4, …

В рассмотренном примере число 3 – является периодом последовательности. Через 3 позиций числа в последовательности повторяются: **1**, 32, 4, **1**, 32, 4, **1**, 32, 4, … ; или: 1, **32**, 4, 1, **32**, 4, 1, **32**, 4, … ; или: 1, 32, **4**, 1, 32, **4**, 1, 32, **4**, …

2) *Последовательность с формализуемыми изменениями*. Обозначим через *ai* – *i*-й элемент последовательности. Тогда поиск закономерности в общем случае сводится к поиску способа выражения *ai* через некоторые предыдущие элементы последовательности или/и через номер данного элемента последовательности. Рассмотрим последовательность:

1, 3, 6, 10, 15, …

Разница между двумя первыми элементами последовательности равняется 2, разница третьего и второго – 3, четвёртого и третьего – четырём, и т.д., с каждым шагом разница соседних элементов увеличивается на 1. Формализуем эту запись:

*a*1 = 1, *a*2 = *a*1 + 2, *a*3 = *a*2 + 3, *a*4 = *a*3 + 4, …, *ai* = *ai*– 1 + *i*, …

Здесь мы выразили текущее число последовательности через его номер и предыдущее число данной последовательности.

Эту же закономерность можно формализовать иначе, используя только номер текущего элемента последовательности:

    …,  …

1. Исследование чётности.

Рассматриваются задачи, содержащие описание некоторой системы и допустимых преобразований над ней. Постановка вопроса – может ли система перейти из одного конкретного состояния в другое.

Часто в таких системах присутствует некоторая характеристика, сохраняющая чётность при последовательных преобразованиях. Тогда, если чётность такой характеристики у исходного и конечного (предполагаемого) состояния системы различается, то, очевидно, такой переход невозможен.

*Пример.* Даны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. За одно действие разрешается к любым из них прибавить 1. Можно ли, совершая эти действия, сделать все числа равными?

*Решение.* Заметим, что чётность суммы чисел не меняется после каждого действия, так она увеличивается на чётное число – на 2. Если все числа станут равными некоторому натуральному числу *n*, тогда их сумма – 6*n* – будет чётной. В то время как сумма исходного ряда (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) равняется 21 – является нечётной. Чётность суммы исходного ряда и конечного различаются, что не может быть (так как каждое преобразование не меняет её чётность). Следовательно, получить все равные числа невозможно.

*Необязательное примечание.* В предложенных в начале данной темы терминах изменяемая последовательность из шести натуральных чисел данной задачи является *описанием системы*; прибавление к двум произвольным числам 1 – *допустимым преобразованием*; сумма чисел – *характеристикой, сохраняющей чётность*.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

**Задание 1.** Решите ребус, подставив вместо букв цифры:

843·ДОМ = ГОРОД.

**Задание 2.** Настя выписала пятизначное число, которое обладает следующими свойствами:

1) Сумма всех цифр числа равняется количеству нулей в числе;

2) Сумма всех цифр числа, кроме первой, равняется количеству единиц. Здесь и далее под первой цифрой числа подразумевается крайнее цифра слева;

3) Сумма всех цифр, кроме первой и второй, равняется количеству двоек;

4) Сумма четвёртой и пятой цифры равняется количеству троек;

5) Пятая цифра равняется количеству четвёрок.

Какое число выписала Настя?

**Задание 3.** Известно, что *n* – натуральное значение, *n* < 100. Может ли у суммы цифр числа *n* и суммы цифр числа *n* + 1 быть одинаковая чётность? Найдите все такие *n*.

**Задание 4.** Андрей выписал в новой тетради 18 чисел подряд. Позже, его школьный инвентарь попал под дождь, и большинство чисел размылись, стали не читаемыми:

2, ?, ?, ?, ?, 0, ?, ?, ?, ?, 2, ?, ?, ?, ?, ?, ?, 0.

Андрей уверен, что сумма любых четырёх соседних чисел равнялась 20. Чему могли равняться остальные числа в последовательности? Найдите все решения.

**Задание 5.** Дано квадратное поле 10х10. В левой нижней клетке находится треугольная фишка, а также на поле расположено несколько круглых фишек (рис. 1).



*Рисунок 1.*

За один ход треугольная фишка может переместиться в любую соседнюю по горизонтали или вертикали клетку. За одно действие необходимо сделать ровно два хода треугольной фишкой. За какое минимальное количество действий треугольная фишка сможет дойти до верхней правой клетки квадратного поля, если по пути необходимо собрать все круглые фишки? Подобрать круглую фишку можно только в том случае, если (рассмотрите оба варианта):

а) в начале своего *хода* треугольная фишка расположена в той же клетке, что и круглая;

б) в начале *действия* треугольная фишка расположена в той же клетке, что и круглая.

**Список литературы.**

а) Основная литература:

1. Богомолова О.Б. Логические задачи. – М.: «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2013. – 277 с.

2. Екимова М.А., Кукин Г.П. Задачи на разрезание. – М.: МЦНМО, 2002. – 120 с.

3. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. – М.: Издательство МЦНМО, 2008. – 96 с.

4. Кноп К.А. Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам. – М.: МЦНМО, 2011. – 104 с.

5. Медников Л.Э. Чётность. – М.: МЦНМО, 2009. – 60 с.

б) Дополнительная литература:

6. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. – М.: МЦНМО, 2005. – 150 с.

7. Гарднер М. Математические новеллы. – М.: Мир, 1974. – 456 с.

8. Гарднер М. Математические чудеса и тайны. – М.: Мир, 1978. – 128 с.

9. Гарднер М. Нескучная математика. Калейдоскоп головоломок. – М.: АСТ: Астрель, 2008. – 288 с.

10. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. – Киров: Издательство «АСА», 1994. – 272 с.

11. Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. – 559 с.

12. Летчиков А.В. Принцип Дирихле. Задачи с указаниями и решениями. – Ижевск: Издательство Удмуртского университета, 1992. – 108 с.

13. Лоповок Л.М. Математика на досуге: книга для учащихся среднего школьного возраста. – М.: Просвещение, 1981. – 158 с.

14. Мерзон Г.А., Ященко И.В. Длина, площадь, объём. – М.: МЦНМО, 2011. – 48 с.

15. Морозова Е.А., Петраков И.С., Скворцов В.А. Международные математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1976. – 288 с.

16. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Издательство Наука, 1975. – 465 с.

17. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии: учебное пособие. – М.: МЦНМО, 2006. – 640 с.

18. Сергеев И.Н. Зарубежные математические олимпиады. – М.: Наука, 1987. – 416 с.

19. Штейнгауз Г. Сто задач. – М.: Издательство «Наука», 1976. – 168 с.

20. Штейнгауз Г. Математический калейдоскоп. – М.: Издательство «Наука», 1981. – 160 с.